Математика и механика. Физика

УДК 514.76

ОБ ИНВАРИАНТНЫХ ПОЛЯХ ДВУМЕРНЫХ ПЛОЩАДОК РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ В ЭВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Е.Т. Ивлев, А.С. Пшеничникова, В.А. Пилипенко

Томский политехнический университет
E-mail: AnkaBee@mail.ru

Изучаются поля пар соответствующих двумерных площадок m-плоскостей L_m и нормальных (n−m)-плоскостей P_{n-m} распределения $\Delta^1_{n,m}$ в эвклидовом пространстве E_n. Доказывается существование конечного числа пар соответствующих площадок $L^1_2 \subset L_m$ и $P^1_2 \subset P_{n-m}$, характеризуемых наличием вполне определенных отображений этих площадок специального вида.

Введение

Распределения на погруженных многообразиях составляют один из важных разделов дифференциально-геометрических структур [1]. Одной из основных проблем распределения m-плоскостей L_m в n-мерном однородном пространстве является проблема оснащения [1]. Эта проблема для распределения m-плоскостей L_m в эвклидовом пространстве E_n является тривиальной, поскольку оснащающей плоскостью является $(n-m)$-плоскость $P_{n-m} \perp L_m$. В этом случае возникает необходимость более детального изучения инвариантных геометрических образов, связанных с распределением m-плоскостей L_m в E_n.

Данная статья является продолжением статьи [2].

В первом пункте, посвященном аналитическому аппарату, приводятся некоторые аналитические результаты работы [2], которые используются в данной статье при изучении распределения $\Delta^1_{n,m}: A \to L_m$ в E_n.

В пункте 2 доказывается теорема о существовании в общем случае инвариантного поля пар двумерных площадок $L^1_2 \subset L_m$ и $P^1_2 \subset P_{n-m}$, $P_{n-m} \perp L_m$.

Третий пункт посвящен изучению некоторых специальных распределений и $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$ в E_n.

Все рассмотрения в данной статье, как и в [2], носят локальный характер, а функции, встречающиеся в статье, предполагаются функциями класса C^∞.

1. Аналитический аппарат

1.1. В n-мерном эвклидовом пространстве E_n, отнесенном к ортонормальному реперу $R=\{\bar{A},\bar{e}_i\}$, $(i,j,k,l=\overline{1,n})$ с деривационными формулами и структурными уравнениями

$$d\bar{A} = \omega^i \bar{e}_i, \qquad d\bar{e}_i = \omega_i^j \bar{e}_j,$$
$$D\omega^i = \omega^j \wedge \omega_j^i, \quad D\omega_i^k = \omega_i^j \wedge \omega_j^k, \tag{1}$$
$$\omega_i^j + \omega_j^i = 0, \qquad \langle \bar{e}_i; \bar{e}_j \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j, \end{cases}$$

рассматривается распределение

$$\Delta^1_{n,m}: A \to L_m = (\bar{A}, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \ldots, \bar{e}_m). \tag{2}$$

Здесь, как и в [2], символ $\langle \bar{x}; \bar{y} \rangle$ означает скалярное произведение векторов $\bar{x}, \bar{y} \in E_n$, а символ $L_p = (\bar{B}, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_p)$ обозначает p-мерная плоскость (p-плоскость) $L_p \subset E_n$, проходящая через точку $B \in E_n$ параллельно линейно независимым векторам $\bar{B}, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_p$.

В соответствии с (1), (2) и [2. Ур. (6), (8), (9)] дифференциальные уравнения распределения $\Delta^1_{n,m}$ имеют вид:

$$\omega_\alpha^{\hat{\alpha}} = A_{\alpha i}^{\hat{\alpha}} \omega^i, \quad \nabla A_{\alpha i}^{\hat{\alpha}} = A_{\alpha ij}^{\hat{\alpha}} \omega^j, \quad A_{\alpha [ij]}^{\hat{\alpha}} = 0,$$
$$(i, j = \overline{1,n}, \ \alpha, \beta, \gamma = \overline{1,m}; \ \hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma} = \overline{m+1,n}). \tag{3}$$

С учетом (1)-(3) и [2. Ур. (10), (11)] замечаем, что в пространстве E_n определено распределение:

$$\Delta^2_{n,n-m}: A \to P_{n-m} = (\bar{A}, \bar{e}_{m+1}, \bar{e}_{m+2}, \ldots, \bar{e}_n) \perp L_m. \tag{4}$$

Из (1) и (3) следует, что

$$\omega_{\hat{\alpha}}^{\alpha} = A_{\hat{\alpha} i}^{\alpha} \omega^i = -\omega_\alpha^{\hat{\alpha}} \Rightarrow A_{\alpha i}^{\hat{\alpha}} = -A_{\hat{\alpha} i}^{\alpha}, \tag{5}$$

(см. [2. Ур. (11)]).

Замечание 1.1. Здесь и в дальнейшем предполагается, что m и n удовлетворяют неравенствам:

$$m \geq 2, \ n-m \geq 2, \ m < n.$$

1.2. Каждой точке $A\in E_n$ сопоставим в L_m и P_{n-m} следующие двумерные плоскости в соответствии с [2. Ур. (15), (16)]:

$$L_2^1=(\bar A,\bar\varepsilon_1,\bar\varepsilon_2)\Leftrightarrow x^{\hat\alpha_1}=g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}x^{\alpha_1},$$
$$x^{\hat\alpha}=0,\quad L_2^1\subset L_m;$$
$$P_2^1=(\bar A,\bar\varepsilon_{m+1},\bar\varepsilon_{m+2})\Leftrightarrow x^{\hat\alpha_2}=g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}x^{\alpha_2},$$
$$x^{\alpha}=0,\quad P_2^1\subset P_{n-m},\tag{6}$$
$$\bar\varepsilon_{\alpha_1}=\bar e_{\alpha_1}+g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}\bar e_{\hat\alpha_1},\quad \bar\varepsilon_{\alpha_2}=\bar e_{\alpha_2}+g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}\bar e_{\hat\alpha_2},$$

где
$$\begin{pmatrix}\alpha_1,\beta_1,\gamma_1=1,2;\ \hat\alpha_1,\hat\beta_1,\hat\gamma_1=\overline{3,m};\\ \alpha_2,\beta_2,\gamma_2=m+1,m+2;\ \hat\alpha_2,\hat\beta_2,\hat\gamma_2=\overline{m+3,n}\end{pmatrix},\tag{7}$$

причем величины $g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}$ и $g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям [2. Ур. (14)]:

$$\nabla g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}+\omega^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}=g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1 i}\omega^i,\quad \nabla g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}+\omega^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}=g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2 i}\omega^i.\tag{8}$$

Заметим с учетом (1), (2), (4)–(7) и в соответствии с [2. Ур. (17)–(19)], что в точке $A\in E_n$ определяются следующие линейные подпространства:

$$L^2_{m-2}=(\bar A,\bar\varepsilon_3,\dots,\bar\varepsilon_m)\perp L_2^1,\quad L^2_{m-2}\subset L_m;$$
$$P^2_{n-m-2}=(\bar A,\bar\varepsilon_{m+3},\dots,\bar\varepsilon_n)\perp P_2^1,\quad P^2_{n-m-2}\subset P_{n-m},\tag{9}$$

где $\bar\varepsilon_{\hat\alpha_1}=\bar e_{\hat\alpha_1}+g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}\bar e_{\alpha_1},\quad \bar\varepsilon_{\hat\alpha_2}=\bar e_{\hat\alpha_2}+g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}\bar e_{\alpha_2},$

$$g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}=-g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1},\quad g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}=-g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}.\tag{10}$$

2. Поля инвариантных плоскостей $L_2^1\subset L_m$ и $P_2^1\subset P_{n-m}$

2.1. В соответствии с [2. Ур. (27)] в каждой точке $A\in E_n$ определены при каждом фиксированном направлении $t\in E_n$:

$$t=(\bar A,\bar e_i)t^i\tag{11}$$

следующие отображения

$$F_t: L_2^1\to P_2^1\Leftrightarrow y^{\alpha_2}=(G^{\alpha_2}_{\alpha_1 i}x^{\alpha_1}+\delta^{\alpha_2}_i)t^i,$$
$$\tilde F_t: P_2^1\to L_2^1\Leftrightarrow x^{\alpha_1}=(G^{\alpha_1}_{\alpha_2 i}y^{\alpha_2}+\delta^{\alpha_1}_i)t^i,\tag{12}$$

геометрически определенные в виде [2, (28)].

Здесь величины $G^{\alpha_2}_{\alpha_1 i}$ и $G^{\alpha_1}_{\alpha_2 i}$ в соответствии с [2. Ур. (20)] определяются по формулам:

$$G^{\alpha_2}_{\alpha_1 i}=A^{\alpha_2}_{\alpha_1 i}+g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}A^{\alpha_2}_{\hat\alpha_1 i}+g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}(A^{\hat\alpha_2}_{\alpha_1 i}+g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}A^{\hat\alpha_2}_{\hat\alpha_1 i}),$$
$$G^{\alpha_1}_{\alpha_2 i}=A^{\alpha_1}_{\alpha_2 i}+g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}A^{\alpha_1}_{\hat\alpha_2 i}+g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}(A^{\hat\alpha_1}_{\alpha_2 i}+g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}A^{\hat\alpha_1}_{\hat\alpha_2 i}),\tag{13}$$

и удовлетворяют дифференциальным уравнениям [2. Ур. (21)].

В соответствии с определением 3.1, теоремой 3.1 и (27) в [2] имеем

$$F_t\to F_{ta}\Leftrightarrow\tilde F_t\to\tilde F_{ta}\Leftrightarrow\begin{cases}(G^{m+1}_{1i}-G^{m+2}_{2i})t^i=0;\\ (G^{m+1}_{2i}+G^{m+2}_{1i})t^i=0\end{cases}\tag{14}$$

при каждом фиксированном направлении (11).

В соответствии с теоремой [2. Теорема 3.2] и [2. Ур. (29)–(31)] в точке $A\in E_n$ плоскостям $L_2^1\subset L_m$ и $P_2^1\subset P_{n-m}$ отвечает $(n-2)$-плоскость

$$\Gamma_{n-2}\Leftrightarrow\begin{cases}(G^{m+1}_{1i}-G^{m+2}_{2i})t^i=0;\\ (G^{m+2}_{1i}+G^{m+1}_{2i})t^i=0,\end{cases}\tag{15}$$

как совокупность всех направлений (11), при которых $F_t\to F_{ta}\Leftrightarrow\tilde F_t\to\tilde F_{ta}$.

2.2. Имеет место следующая теорема.

Теорема 2.1. Каждой точке $A\in E_n$ при $n>4$ отвечает конечное число пар соответствующих плоскостей

$$L_2^1=L_m\bigcap\Gamma_{n-2}\quad\text{и}\quad P_2^1=P_{n-m}\bigcap\Gamma_{n-2}\tag{16}$$

таких, что $F_t\to F_{ta},\quad\forall t\in\Gamma_{n-4}=L^2_{m-2}\bigcup P^2_{n-m-2}.$

Доказательство. Из (9) и (10) с учетом (11)–(16) получаем, что

$$n_1=2(m-2)+2(n-m-2)=2(n-4)$$

величин $g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}=-g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}$ и $g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}=-g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}$, определяющих искомые плоскости L_2^1 и P_2^1 в точке $A\in E_n$, удовлетворяют n_1 неоднородным алгебраическим уравнениям:

$$\begin{cases}\varphi_{\hat\alpha_1}\equiv(G^{m+1}_{1\alpha_1}-G^{m+2}_{2\alpha_1})g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}+G^{m+1}_{1\hat\alpha_1}-G^{m+2}_{2\hat\alpha_1}=0;\\ \psi_{\hat\alpha_1}\equiv(G^{m+2}_{1\alpha_1}+G^{m+1}_{2\alpha_1})g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}+G^{m+2}_{1\hat\alpha_1}+G^{m+1}_{2\hat\alpha_1}=0;\\ \varphi_{\hat\alpha_2}\equiv(G^{m+1}_{1\alpha_2}-G^{m+2}_{2\alpha_2})g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}+G^{m+1}_{1\hat\alpha_2}-G^{m+2}_{2\hat\alpha_2}=0;\\ \psi_{\hat\alpha_2}\equiv(G^{m+2}_{1\alpha_2}+G^{m+1}_{2\alpha_2})g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}+G^{m+2}_{1\hat\alpha_2}+G^{m+1}_{2\hat\alpha_2}=0,\end{cases}\tag{17}$$

$$\begin{pmatrix}\alpha_1,\beta_1=1,2;\quad\hat\alpha_1,\hat\beta_1=\overline{3,m};\\ \alpha_2,\beta_2=m+1,m+2;\quad\hat\alpha_2,\hat\beta_2=\overline{m+3,n}\end{pmatrix}.$$

Рассмотрим якобиеву матрицу системы (17):

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\varphi_{\hat\alpha_1}}{\partial g^{\hat\beta_1}_{\beta_1}}; & \dfrac{\partial\psi_{\hat\alpha_1}}{\partial g^{\hat\beta_1}_{\beta_1}}; & \dfrac{\partial\varphi_{\hat\alpha_1}}{\partial g^{\hat\beta_2}_{\beta_2}}; & \dfrac{\partial\psi_{\hat\alpha_1}}{\partial g^{\hat\beta_2}_{\beta_2}}\\ \dfrac{\partial\varphi_{\hat\alpha_2}}{\partial g^{\hat\beta_1}_{\beta_1}}; & \dfrac{\partial\psi_{\hat\alpha_2}}{\partial g^{\hat\beta_1}_{\beta_1}}; & \dfrac{\partial\varphi_{\hat\alpha_2}}{\partial g^{\hat\beta_2}_{\beta_2}}; & \dfrac{\partial\psi_{\hat\alpha_2}}{\partial g^{\hat\beta_2}_{\beta_2}}\end{bmatrix}.\tag{18}$$

Подсчитаем ранг якобиевой матрицы (18) при следующих нулевых значениях величин:

$$g^{\alpha_1}_{\hat\alpha_1}=-g^{\hat\alpha_1}_{\alpha_1}=0,\quad g^{\alpha_2}_{\hat\alpha_2}=-g^{\hat\alpha_2}_{\alpha_2}=0,\tag{19}$$

что с учетом (13) и (17) приводит к следующим соотношениям:

$$A^{m+1}_{1\hat\alpha_1}-A^{m+2}_{2\hat\alpha_1}=0,\quad A^{m+2}_{1\hat\alpha_1}+A^{m+1}_{2\hat\alpha_1}=0,$$
$$A^{m+1}_{1\hat\alpha_2}-A^{m+2}_{2\hat\alpha_2}=0,\quad A^{m+2}_{1\hat\alpha_2}+A^{m+1}_{2\hat\alpha_2}=0.\tag{20}$$

С учетом (19), (20) и (13) следует, что в точке $A\in E_n$ при $n>4$ в общем случае существует нижеследующий тождественно ненулевой минор порядка $n_1=2(n-4)$ матрицы (18):

$$B=\det\begin{bmatrix}A^{m+1}_{\hat\beta_1\hat\alpha_1} & -A^{m+2}_{\hat\beta_1\hat\alpha_1} & -A^{\hat\beta_2}_{1\hat\alpha_1} & A^{\hat\beta_2}_{2\hat\alpha_1}\\ A^{m+2}_{\hat\beta_1\hat\alpha_1} & A^{m+1}_{\hat\beta_1\hat\alpha_1} & -A^{\hat\beta_2}_{2\hat\alpha_1} & -A^{\hat\beta_2}_{1\hat\alpha_1}\\ -A^{m+1}_{\hat\beta_1\hat\alpha_2} & A^{m+2}_{\hat\beta_1\hat\alpha_2} & A^{\hat\beta_2}_{1\hat\alpha_2} & -A^{\hat\beta_2}_{2\hat\alpha_2}\\ -A^{m+2}_{\hat\beta_1\hat\alpha_2} & -A^{m+1}_{\hat\beta_1\hat\alpha_2} & A^{\hat\beta_2}_{2\hat\alpha_2} & A^{\hat\beta_2}_{1\hat\alpha_2}\end{bmatrix}.\tag{21}$$

Здесь

$\widehat{\alpha}_1=\overline{3,m}$ – номера (m–2) первых пар строк,

$\widehat{\alpha}_2=\overline{m+3,n}$ – номера (n–m–2) следующих пар строк,

$\widehat{\beta}_1=\overline{3,m}$ – номера (m–2) первых пар столбцов,

$\widehat{\beta}_2=\overline{m+3,n}$– номера ($n$–$m$–2) следующих пар столбцов.

Поскольку определитель B порядка n_1 тождественно не равен нулю в точке $A\in E_n$, то система (17) в общем случае состоит из n_1 алгебраически независимых уравнений, а потому она допускает в общем случае конечное число решений относительно $g^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}=-g^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1}$ и $g^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}=-g^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}$.

Теорема 2.1 доказана.

Проведем в точке $A\in E_n$ такую канонизацию ортонормального репера $R=\{\overline{A},\overline{e}_i\}$, при которой имеют место соотношения (20) и $B\neq 0$ (см. ур. (21)). Из [2. Ур. (21)] и (20) с учетом [2. Ур. (11)], (19), (20), (8) и $B\neq 0$ получаем

$$\omega^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1}=A^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1 i}\omega^i,\quad \omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i}\omega^i,$$

$$\nabla A^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1 i}=A^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1 ij}\omega^j,\quad \nabla A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i}=A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 ij}\omega^j. \qquad (22)$$

Здесь явный вид величин $A^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1 i}$ и $A^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2 i}$ для нас не существенен, причем в силу (1) имеем

$$\omega^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1}=-\omega^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1}=-A^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1 i}\omega^i\Rightarrow A^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1 i}=-A^{\alpha_1}_{\widehat{\alpha}_1 i},$$

$$\omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=-\omega^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2}=-A^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2 i}\omega^i\Rightarrow A^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2 i}=-A^{\alpha_2}_{\widehat{\alpha}_2 i}. \qquad (23)$$

Из (22) следует, что указанная канонизация ортонормального репера R, осуществленная по формулам (20) и $B\neq 0$, в соответствии с [3] существует на любом распределении $\Delta^1_{n,m}:A\to L_m$, на котором $B\neq 0$. В соответствии с Теоремой 2.1 эта канонизация репера с учетом (19), (16) и (9) геометрически характеризуется тем, что

$$L^1_2=(\overline{A},\overline{e}_1,\overline{e}_2)\Rightarrow \overset{*2}{L}_{m-2}=(\overline{A},\overline{e}_3,...,\overline{e}_m),$$

$$P^1_2=(\overline{A},\overline{e}_{m+1},\overline{e}_{m+2})\Rightarrow \overset{*2}{P}_{n-m-2}=(\overline{A},\overline{e}_{m+3},...,\overline{e}_n). \quad (24)$$

Здесь плоскости L^1_2 и P^1_2 в точке $A\in E_n$ геометрически определены в Теореме 2.1. В случае B=0 эти плоскости определяются бесчисленным количеством способов. Естественно, этот случай из рассмотрения исключается при указанной канонизации ортонормального репера R.

3. Распределение $\Delta^{1n}_{n,m}$

Определение 3.1. Распределение

$$\Delta^1_{n,m}:A\to L_m \qquad (25)$$

называется распределением $\Delta^{1n}_{n,m}$, если

$$F_t\to F_{ta}:L^1_2\to P^1_2,\quad \forall t\in E_n. \qquad (26)$$

Теорема 3.1. Распределение $\Delta^{1n}_{n,m}$ существует.

Доказательство. Из (14) в силу (3), (5), (13), (20), (25) и (26) получаем, что распределение $\Delta^{1n}_{n,m}$ характеризуется следующими дифференциальными уравнениями:

$$\omega^{m+1}_1-\omega^{m+2}_2=0,\quad \omega^{m+2}_1+\omega^{m+1}_2=0. \qquad (27)$$

Рассмотрим распределение $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$, определяемое дифференциальными уравнениями (см. ур. (22), (23)):

$$\omega^{\widehat{\alpha}_1}_{\alpha_1}=0,\quad \omega^{\alpha_2}_{\alpha_1}=0,\quad \omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\alpha_2}=0,\quad \omega^{\widehat{\alpha}_2}_{\widehat{\alpha}_1}=0,$$

$$\left(\begin{array}{l}\alpha_1=1,2;\quad \widehat{\alpha}_1=\overline{3,m};\quad \alpha_2=m+1,m+2;\\ \widehat{\alpha}_2=\overline{m+3,n}\end{array}\right). \qquad (28)$$

Из (1) заключаем, что дифференциальные уравнения (28) замкнуты относительно операции внешнего дифференцирования. Поэтому распределение $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$ существует. Из (27) и (28) следует, что распределение $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$ является частным случаем распределения $\Delta^{1n}_{n,m}$. Следовательно, распределение $\Delta^{1n}_{n,m}$ существует.

Теорема 3.1 доказана.

Теорема 3.2. В случае распределения $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$ и только в этом случае ортогональные линейные подпространства (см. ур. (24)):

$$\Gamma^1_m=(\overline{A},\overline{e}_{m+1},\overline{e}_{m+2},\overline{e}_3,...,\overline{e}_m)=P^1_2\cup\overset{*2}{L}_{m-2},$$

$$\Gamma^2_{n-m}=(\overline{A},\overline{e}_1,\overline{e}_2,\overline{e}_{m+3},...,\overline{e}_n)=L^1_2\cup\overset{*2}{P}_{n-m-2} \qquad (29)$$

изменяются параллельно самим себе.

Доказательство этой теоремы вытекает из (1), (24) и (29) с учетом (22) и (23).

Из теоремы 3.2 следует, что каждое из распределений

$$\tilde{\Delta}^1_{n,m}:A\to\Gamma^1_m;\quad \tilde{\Delta}^2_{n,n-m}:A\to\Gamma^2_{n-m}$$

в случае распределения является голономным в смысле [1].

Замечание 3.1. Из (28) с учетом (22) и (23) заключаем, что определитель (21) сохраняет свое значение как для общего распределения $\Delta^1_{n,m}$ в E_n, так и для распределений $\Delta^{1n}_{n,m}$ и $\overset{0\,1n}{\Delta}_{n,m}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евтушик Л.Е., Лумисте Ю.Г., Остиану Н.М., Широков А.П. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях // Проблемы геометрии. Итоги науки и техники. – М.: ВИНИТИ АН СССР, 1979. – С. 7–246.
2. Ивлев Е.Т., Пшеничникова А.С., Барышева В.К. О распределении многомерных плоскостей в эвклидовом пространстве // Известия Томского политехнического университета. – 2007. – Т. 310. – № 3. – С. 31–35.
3. Остиану Н.М. О канонизации подвижного репера погруженного многообразия // Rev. math. pures et appl. (RNR) – 1962. – № 2. – P. 231–240.

Поступила 25.10.2007 г.